Câu 2 (4 điểm) : Cho dãy các ký tự như sau : A B C D E F W Z U T K

Hãy thực hiện các yêu cầu sau:

a. Hãy vẽ cây nhị phân tìm kiếm từ dãy ký tự trên (1 đ)

b. Bổ xung lần lượt các ký tự sau vào cây N, G, H , M , L để hình thành cây nhị phân tìm kiếm mới, vẽ hình cây khi thêm từng ký tự vào cây (1 đ)

c. Trình bày dãy kỹ tự kết qủa khi duyệt cây theo thứ tứ NRL, LRN (1 đ)

d. Vẽ hình cây khi xóa lần lượt các ký tự W, E, H, C (1 đ)

Lưu ý : trong qúa trình bổ xung hay xóa một nút trên cây, nếu có xảy ra mất cân bằng thì cho biết trường hợp mất cân bằng là loại gì và tiến hành cân bằng lại cây

Bài làm

**a. Hãy vẽ cây nhị phân tìm kiếm từ dãy ký tự trên (1 đ)**

Thêm A vào cây

Thêm B vào cây

Thêm C vào cây

Cây đã bị mất cân bằng tại Node A

Mất cân bằng Phải – Phải

* Tiến hành quay trái tại Node A với Root = A & Pivot = B

Cây sau khi cân bằng xong

Thêm Node D vào cây

Thêm Node E vào cây

Cây Cây bị mất cân bằng tại Node C

Mất cân bằng Phải – Phải

Tiến hành quay trái tại Node C với Root = C & Pivot = D

Thêm Node F vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node B

Mất cân bằng Phải – Phải

Tiến hành quay trái tại Node B với Root = B & Pivot = D

Thêm Node W vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node E

Mất cân bằng Phải – Phải

Tiến hành quay trái tại Node E với Root = E & Pivot = F

Thêm Node Z vào cây

Thêm Node U vào cây

Thêm Node T vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node F

Mất cân bằng Phải – Trái

Bước 1: Quay phải tại Node W

Bước 2: Quay trái tại Node F

Bước 1: Quay phải tại Node W

Root = W & Pivot = U

Bước 2: Quay trái tại Node F

Root = F & Pivot = U

Thêm Node K vào

Cây bị mất cân bằng tại Node D

Mất cân bằng Phải – Trái

Bước 1: Quay phải tại Node U

Bước 2: Quay trái tại Node D

Bước 1: Quay phải tại Node U

Root = U & Pivot = F

Bước 2: Quay trái tại Node D

Root = D & Pivot = F

Cây cân bằng sau cùng được tạo ra khi thêm lần lượt dãy ký tự: A B C D E F W Z U T K

**b. Bổ xung lần lượt các ký tự sau vào cây N, G, H , M , L để hình thành cây nhị phân tìm kiếm mới, vẽ hình cây khi thêm từng ký tự vào cây (1 đ)**

Thêm Node N vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node T

Mất cân bằng Trái – Phải

Bước 1: Quay trái tại Node K

Bước 2: Quay phải tại Node T

Bước 1: Quay trái tại Node K với Root = K & Pivot = N

Bước 2: Quay phải tại Node T với Root = T & Pivot = N

Thêm Node G vào cây

Thêm Node H vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node K

Mất cân bằng Trái – Phải

Bước 1: Quay trái tại Node G

Bước 2: Quay phải tại Node K

Bước 1: Quay trái tại Node G với Root = G & Pivot = H

Bước 2: Quay phải tại Node K với Root = K & Pivot = H

Thêm Node M vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node N

Mất cân bằng Trái – Phải

Bước 1: Quay trái tại Node H

Bước 2: Quay phải tại Node N

Bước 1: Quay trái tại Node H với Root = H & Pivot = K

Bước 2: Quay phải tại Node N với Root = N & Pivot = K

Thêm Node L vào cây

Cây bị mất cân bằng tại Node U

Mất cân bằng Trái – Phải

Bước 1: Quay trái tại Node K

Bước 2: Quay phải tại Node U

Bước 1: Quay trái tại Node K với Root = K & Pivot = N

Bước 2: Quay phải tại Node U với Root = U & Pivot = N

**Đây là cây sau cùng của câu b**

**c. Trình bày dãy kỹ tự kết qủa khi duyệt cây theo thứ tứ NRL, LRN (1 đ)**

NRL: F N U W Z T K M L H G D E B C A

LRN: A C B E D G H L M K T Z W U N F

**d. Vẽ hình cây khi xóa lần lượt các ký tự W, E, H, C (1 đ)**

Xóa W => W có 1 con là Z nên U sẽ nối liên kết phải thẳng đến Z và sau đó xóa W đi

Cây sau khi xóa W thì vẫn cân bằng nên không cần hiệu chỉnh

Xóa Node E => E là Node lá nên xóa đi bình thường

Cây sau khi xóa E

Cây bị mất cân bằng tại Node D

Mất cân bằng Trái

* Quay phải tại Node D với Root = D & Pivot = B

Quay phải tại Node D với Root = D & Pivot = B

Xóa Node H => H có 1 con là G nên Node cha của H là K sẽ trỏ liên kết trái thẳng đến G sau đó H bị xóa đi

Sau khi xóa H đi cây vẫn cân bằng

Xóa Node C => C là Node lá nên xóa trực tiếp luôn

Sau khi xóa Node F bị mất cân bằng

Mất cân bằng Phải – Trái

Bước 1: Quay Phải tại N

Bước 2: Quay Trái tại F

Bước 1: Quay Phải tại N với Root = N & Pivot = K

Bước 2: Quay Trái tại F với Root = F & Pivot = K

**Đây là kết quả cuối cùng sau khi xóa các Node ở câu d**

Làm mẫu trường hợp xóa Node có đủ 2 con

Yêu cầu: Xóa Node N

Ta thấy N có đủ 2 con => phải đi tìm phần tử thế mạng

Quyết định chọn phần tử thế mạng: Trái nhất của cây con phải

* T là phần tử thế mạng



Sau khi xóa T (thế mạng) thì bắt đầu xét lần ngược lên cha của nó bao gồm {U, T, K} thì đều không có Node nào bị mất cân bằng => cây vẫn cân bằng



Xóa Node F => F đang có 2 con nên chọn phần tử thế mạng trái nhất của cây con phải sẽ là G



Sau khi xóa xong ta thấy Node G bị mất cân bằng Trái – Trái => quay phải tại G với Root = G và Pivot = B



Xóa Node K => tìm phần tử thế mạng trái nhất của cây con phải sẽ là L



Cây vẫn không mất cân bằng

Xóa Node L => tìm phần tử thế mạng trái nhất của cây con phải tức là Node M



Mất cân bằng tại Node T

Mất cân bằng Phải – Phải

Quay trái tại T với Root = T và Pivot = U



Xóa Node M => tìm phần tử thế mạng trái nhất của cây con phải tức là T



Xóa Node T => tìm phần tử thế mạng trái nhất của cây con phải tức là U



Mất cân bằng tại Node U

Mất cân bằng Trái – Phải

Bước 1: Quay trái tại Node B với Root = B và Pivot = G



Bước 2: Quay phải tại U với Root = U và Pivot = G



**Mô phỏng trường hợp mất cân bằng dây chuyền**

Giả sử ta có cây AVL sau:

Yêu cầu: Xóa Node E ra khỏi cây

**Cây sau khi xóa Node E là:**

Vì D là cha của E nên sẽ bắt đầu xét từ Node D trở lên

Ta thấy Node D đang bị mất cân bằng Trái – Trái

* Quay phải tại Node D với Root = D và Pivot = B

Tiếp tục xét tính cân bằng của Node F (bởi F là cha của D ngày xưa)

Ta thấy F bị mất cân bằng Phải – Phải

Quay trái tại F với Root = F và Pivot = N